

S-251(A)

B. A./B. Sc. (Third/Fifth Semester) EXAMINATION, 2018-19

(Skill Enhancement Course)

MATHEMATICS

(Integral Calculus)

(SOS/Maths./SEC-001)

Time : Two Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any *five* questions from Section A and any *three* questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

(iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

Attempt any *five* questions. Each question carries 5 marks.

1. मान निकालिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$

2. मान निकालिए : $\int_0^3 \sqrt{\frac{x^3}{3-x}} dx$

Evaluate : $\int_0^3 \sqrt{\frac{x^3}{3-x}} dx$

3. मान निकालिए : $\int_0^{\pi/2} (\sin x)^{8/3} (\sec x)^{1/2} dx$

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} (\sin x)^{8/3} (\sec x)^{1/2} dx$

4. हल कीजिए : $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} dy$

Solve : $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} dy$

5. यदि शीर्ष $(0, c)$ से बिन्दु (x, y) के बीच कैटेनरी $y = c \cosh \frac{x}{c}$ के चाप की लम्बाई s हो, तो दिखाइए कि $s^2 = y^2 - c^2$ ।

If s is the length of the arc of the catenary $y = c \cosh \frac{x}{c}$ from the vertex $(0, c)$ to the point (x, y) ,

show that $s^2 = y^2 - c^2$.

6. $\int \sec^n x \, dx$ के लिए लघुकरण सूत्र निकालिए।

Find the reduction formula for $\int \sec^n x \, dx$.

7. सिद्ध कीजिए कि : $\int_0^\infty x e^{-ax} \cos bx \, dx = \frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2}$

जबकि $a > 0$ ।

Prove that : $\int_0^\infty x e^{-ax} \cos bx \, dx = \frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2}$

where $a > 0$.

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

Attempt any *three* questions. Each question carries 15 marks.

8. सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2} \right) \left(1 + \frac{3^2}{n^2} \right) \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2} \right) \right\}^{\frac{1}{n}} = 2e^{\frac{(\pi-4)}{2}}$$

Prove that :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2} \right) \left(1 + \frac{3^2}{n^2} \right) \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2} \right) \right\}^{\frac{1}{n}} = 2e^{\frac{(\pi-4)}{2}}$$

9. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) \, dx \, dy \, dz$ का मान निकालिए, जबकि V निर्देशांक समतलों एवं समतलों $x = y = z = a$ से घिरे घन

Evaluate $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, where V is the volume of the cube bounded by the co-ordinate planes and the planes $x = y = z = a$.

10. परवलयों $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4by$ के मध्य क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed between the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$.

11. वक्र $r = \sqrt{3} \cos 3\theta + \sin 3\theta$ के एक लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of one loop of the curve $r = \sqrt{3} \cos 3\theta + \sin 3\theta$.

12. सिद्ध कीजिए कि साइक्लोइड $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ का इन्ट्रिन्सिक समीकरण $s = 4a \sin \psi$ है।

Show that the intrinsic equation of the cycloid $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ is $s = 4a \sin \psi$.

13. कैटेनरी $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ को x -अक्ष के परितः घुमाने पर बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated by the revolution of an arc of the catenary $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ about the axis of x .